கொழும்பு பல்கலைக்கழகம் - இலங்கை

கலைப்பீடம்

கலைமாணி முதலாம் வருடப்பரீட்சை

இரண்டாம் அரையாண்டு இறுதிப்பரீட்சை - 2023/2024

FND 1206 – இடைத்தரக் கணிதம்

ஏதேனும் நான்கு வினாக்களுக்கு (04) மாத்திரம் விடையளிக்குக

காலம் - இரண்டு (02) மணித்தியாலங்கள்

கணிப்பான்கள் அனுமதிக்கப்படவில்லை

வரைபுத்தாள் வழங்கப்படும்

01.

i. $\frac{2x^5-x^{3/2}+5x^{3/2}}{\sqrt{x}}$ என்பது $2x^p(x^q+2)$ என எழுதப்படலாம் எனக்கருதுக. p , q என்பவற்றினது பெறுமானங்களினைக் காண்க. (05 புள்ளிகள்)

ii. செவ்வக வடிவமான அறையொன்றினது நீளம் $2+3\sqrt{7}\,m$ உம் அகலம் $2\sqrt{5}+3\sqrt{7}\,m$ உம் ஆகுமெனின் அறையினது பரப்பளவினைக் காண்க. (05 புள்ளிகள்)

iii. சுட்டி விதியினைப் பயன்படுத்தி $\log_a 1 = 0$ என நிறுவுக. (05 புள்ளிகள்)

iv. $y = 3x^2$ எனத் தரப்படின்

a. $\log_3 y = 1 + 2\log_3 x$ எனக் காட்டுக. (05 புள்ளிகள்)

b. பகுதி a. இனைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு முறையில் தீர்க்குக.

$1 + 2\log_3 x = \log_3(28x - 9)$ (05 புள்ளிகள்)

02.

a.

i. எளிய வட்டி, கூட்டு வட்டி என்பவற்றிற்கான சூத்திரங்களை எழுதுவதுடன் எல்லா மாறிகளையும் வரையறுக்குக. (05 புள்ளிகள்)

ii. தேசிய வங்கி ஒன்று வைப்பொன்றுக்கான வட்டியை 4.25% ஆக வழங்குகின்றது. ரூபா 20 000 இனை சுசன் ஆரம்ப வைப்பிலிட்டுள்ளான். 20 வருடங்களில் கிடைக்கும் வட்டியினை மாதாந்தம் ஒருங்கிணைக்கப்பட்ட கூட்டு வட்டிப்படி (compound interest compounded monthly) காண்க. (05 புள்ளிகள்)

b.

i. குமாரி புதிய புத்தகமொன்றினை வாங்குவதற்குத் திட்டமிடுகின்றார். அவரிடம் ரூபா 650 சேமிப்பில் உள்ளதுடன் ரூபா 800 இற்கு குறைவான விலையிலேயே புத்தகத்தினை வாங்க திட்டமிட்டுள்ளார். அவர் வாங்குவதற்கு திட்டமிட்ட புத்தகத்தின் விலை ரூபா x ஆகவுள்ளதுடன் புத்தக உறைக்காக மேலதிகமாக ரூபா.50 உம் வரியாக ரூபா 25 உம் செலுத்தப்படல் வேண்டும். சமனிலி ஒன்றினை எழுதித், தீர்ப்பதன் மூலம் பாத்திமா வாங்கவுள்ள புத்தகத்தின் அதியுயர் விலையினைக் கணிக்குக. (05 புள்ளிகள்)

ii. மாலாவினதும் சீலாவினதும் வயதுகளின் கூட்டுத்தொகை 102 வருடங்கள் ஆகும். மாலாவினதும் சீலாவினதும் வயதுகளிற்கிடையான வித்தியாசம் 52 வருடங்கள் ஆகும். மாலா சீலாவிலும் வயதில் மூத்தவர். ஒருங்கமை சமன்பாட்டின் உதவியுடன் மாலா மற்றும் சீலாவின் வயதுகளைக் கணிக்குக. (05 புள்ளிகள்)

iii. நெடும்பிரித்தல் முறையினைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் கோவையினை சுருக்குக.
$(5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 1) \div (x^2 + 4)$ (05 புள்ளிகள்)

03.

$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ எனக்கருதுக.

i. a, b, c, d ஏன்பவற்றின் சார்பில் தாயம் M இனது நேர்மாற்றுத் தாயத்திற்கான (inverse of matrix M) பொதுச் சூத்திரத்தினை எழுதுக. (02 புள்ளிகள்)

ii. தாயம் B யினது நேர்மாற்றுத் தாயம் உள்ளதாயின் B யினது நேர்மாற்றுத் தாயத்தினைக் காண்க. $B = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ (03 புள்ளிகள்)

iii. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}B = -1\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ 11 & -12 \end{pmatrix}$ எனின் தாயம் B யினைக் காண்க.

(04 புள்ளிகள்)

iv. $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ -3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ எனக்கருதுக.

$\{kA + (1-k)B\}^2 = I$ என்பதைக் கருதுக. இங்கு k ஒரு மாறிலியும் பூச்சியத்திற்குச் சமனல்லாததுமாகுமெனின் k இனது பெறுமானத்தினைக் காண்க.

(08 புள்ளிகள்)

v. கீழ்க்காணும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை கிராமரின் விதியினைப் (Cramer's Rule) பயன்படுத்தி தீர்க்குக.

$$4x + 3y - 2z = 7$$
$$x + y = 5$$
$$3x + z = 4$$

(08 புள்ளிகள்)

04.

a.

i. பின்வரும் நேர்கோட்டுச் சமன்பாட்டினைத் தீர்க்குக.

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x}{4} = \frac{5}{6}$$

(03 புள்ளிகள்)

ii. $(-1,3)$ மற்றும் $(2,7)$ என்னும் புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டினது சமன்பாட்டினை $y = mx + c$ என்ற பொது வடிவத்தில் கண்டு நேர்கோட்டினை வரைக.

(04 புள்ளிகள்)

b. சார்பானது பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது:

$$y - (5x-3)^2 + 2(x^2-2)^2 = -31x^2 + 29x + 2 + 2(x^4 - 3x)$$

i. மேற்காணும் கோவையினை முழுமையாகச் சுருக்கி காரணிப்படுத்தி இறுதி விடையினை கீழ்க்காணும் வடிவத்தில் தருக. இங்கு a, b மற்றும் c என்பன மாறிலிகளும் துணியப்பட வேண்டியனவும் ஆகும்.

$$y = (ax - b)(x - c)$$

(08 புள்ளிகள்)

ii. வினா i. இலிருந்து $y = 0$ இனது மூலங்களினைக் காண்க. (02 புள்ளிகள்)

iii. சார்பு y இற்கான வரைபினை x அச்சினை வெட்டும் புள்ளி, y அச்சினை வெட்டும் புள்ளி மற்றும் சமச்சீர் அச்சு என்பவற்றினை தெளிவாகக்காட்டி வரைக.

(08 புள்ளிகள்)

05.

i. சுசந்தாவிடம் உள்ள பையினுள் சில பூக்கள் உள்ளன. அவற்றில் 5 செம்மஞ்சள் நிறமாவதுடன் 3 நாவல் நிறமானவை. ஏனைய பூக்கள் ரோசா நிறமானவையுமாகும். பையிலிருந்து எழுமாற்றாக பூவொன்று எடுக்கும் போது, அது ரோசா நிறமானவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 3/5 ஆகும். பூவொன்றினை சுசந்தா பையிலிருந்து எடுக்க முன்னர் பையில் காணப்பட்ட ரோசா நிறப் பூக்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(05 புள்ளிகள்)

ii. 150 மாணவர்களைக் கொண்ட மாணவர் குழுவொன்றினைப் பற்றி பின்வரும் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. 100 மாணவர்கள் கணிதத்தை உள்ளீர்த்ததுடன் (M), 60 மாணவர்கள் புள்ளிவிபரவியலை உள்ளீர்த்துள்ளனர் (S). புள்ளிவிபரவியலை உள்ளீர்த்த மாணவர் அனைவரும் கூடவே கணிதத்தினையும் உள்ளீர்ப்புச் செய்துள்ளனர். விபரிக்கப்பட்ட சூழ்நிலையைக் கருத்திற் கொண்டு வென் வரிப்படத்தில் வரைந்து காட்டுக. (05 புள்ளிகள்)

iii. பல்கலைக்கழகமொன்றில் 100 மாணவர்கள் சிங்கள திணைக்களத்தை சேர்ந்தவர்களாயிருப்பதுடன் அவர்களில் 60 பேர் பெண்களும் 40 பேர் ஆண்களும் ஆவர். இம் மாணவர்களில் 25 பெண்களும் 15 ஆண்களும் A தரச்சித்தியினைப் பெற்றிருப்பதுடன், 20 பெண்களும் 10 ஆண்களும் B தரச்சித்தியினைப் பெற்றுள்ளனர். அத்துடன் 10 பெண்களும் 5 ஆண்களும் C தரச்சித்தியினையும் பெற்றுள்ளனர். இம் மாணவர்களில் ஒருவர் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படும் பொழுது பின்வரும் நிகழ்தகவுகளினை காண்க.

a. A தரச்சித்தி பெற்ற பெண் மாணவியாக இருத்தல்

b. ஆண் ஒருவராகவோ அல்லது B தரச்சித்தி பெற்ற ஒருவராகவோ இருத்தல்

c. பெண்ணாக இருப்பதுடன் C தரச்சித்தி பெறாத ஒருவராக இருத்தல்.

(15 புள்ளிகள்)

06.

i. வகையிடத்தக்க சார்புகளான $U(x)$ மற்றும் $V(x)$ என்பவற்றினைக் கருதுக. இச் சார்புகளினது பெருக்கம் $[U(x).\ V(x)]$ மற்றும் வகுத்தல் $[\frac{U(x)}{V(x)}]$ என்பவற்றுக்கான பொதுவான சூத்திரங்களினை எழுதுக. (02 புள்ளிகள்)

ii. Y யினை வகையிடுக: $y = \frac{2x^4}{(x+1)(x^2+2)}$ (08 புள்ளிகள்)

iii. Y யினை வகையிடுக: $y = ln\left(\frac{2x^4}{(x+1)(x^2+2)}\right)$ (05 புள்ளிகள்)

iv. பின்வரும் சமன்பாட்டினைக் கருதுக.

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

வளையியினது திரும்பற் புள்ளிகளைக் கண்டு ஒவ்வொரு திரும்பற் புள்ளியும் உயர்வா? இழிவா? எனக் கணிக்குக. (05 புள்ளிகள்)

v. மேலே பெறப்பட்ட பெறுமானங்களில் இருந்து திரும்பற் புள்ளிகளினை தெளிவாக குறித்து, வளையியினை வரைக. (05 புள்ளிகள்)

07.

i. கீழ்க்காணும் சார்பினைக் காரணிப்படுத்துக.

$$81a^2 - 121b^2c^2$$ (05 புள்ளிகள்)

ii. தாயம் V இனது துணிகோவையினை (determinant of matrix V) கணிக்குக.

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 10 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$ (05 புள்ளிகள்)

iii. பையொன்றில் 3 சிவப்புநிறப் பந்துகளும் 2 பச்சைநிறப் பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து பந்தொன்று எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்படுவதுடன் மீண்டும் பையினுள் இடப்படாமல் (பிரதி வைப்பு இன்றி) மீண்டும் ஒரு பந்து வெளியே எடுக்கப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்படுகின்றது. பரிசோதனைக்கான மரவரிப்படத்தினை வரைக. (05 புள்ளிகள்)

iv. கீழ்க்காணும் சார்பினது முதலாம் வகையீடு மற்றும் இரண்டாம் வகையீட்டினைக் காண்க.

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x^7} + 3\sqrt[3]{x} + 3$$ (05 புள்ளிகள்)

v. கீழ்க்காணும் சார்பினை X குறித்து தொகையிடுக.

$$\int \left(8x^3 - \frac{3}{2\sqrt{x}} + 5\right) dx$$ (05 புள்ளிகள்)