කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

ශාස්ත්‍ර පීඨය

ශාස්ත්‍ර පීඨය පළමු වසර විභාගය

දෙවන අධ්‍යයන වාරයේ අවසාන විභාගය - 2023/2024

FND - 1206 අන්තර්මාධ්‍ය ගණිතය

ඕනෑම ප්‍රශ්න හතරකට (04) පිළිතුරු සපයන්න

කාලය: පැය දෙකයි (02)

ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කිරීමට අවසර නැත.

ප්‍රස්තාර කඩදාසි සපයනු ලැබේ.

01.

i. $\frac{2x^5 - x^{3/2} + 5x^{3/2}}{\sqrt{x}}$ මෙම සමීකරණය, $2x^p(x^q + 2)$ ආකාරයෙන් ද ලිවිය හැකි ය. එයට අනුව p සහ q හි අගයන් සොයන්න. (ලකුණු 05)

ii. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කාමරයක දිග $2 + 3\sqrt{7}\,m$ වන අතර පළල $2\sqrt{5} + 3\sqrt{7}\,m$ වේ. කාමරයේ වර්ගඵලය සොයන්න. (ලකුණු 05)

iii. දර්ශක නිතිය භාවිතයෙන් $\log_a 1 = 0$ බව ඔප්පු කර පෙන්වන්න.

(ලකුණු 05)

iv. $y = 3x^2$ ලෙස දී ඇති විට,

a. $\log_3 y = 1 + 2\log_3 x$ බව පෙන්වන්න. (ලකුණු 05)

b. ඉහත a භාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්, පහත සමීකරණය විසඳන්න.

$$1 + 2\log_3 x = \log_3(28x - 9)$$ (ලකුණු 05)

02.

a.

i. සරල පොලී අනුපාතය (Simple interest rate) සහ සංයුක්ත පොලී අනුපාතය (Compounding interest rate) ගණනය කිරීමට අදාල සූත්‍ර ලියා, එක් එක් සූත්‍රයේ භාවිත වන සියලුම විචල්‍යයන් නිර්වචනය කරන්න. (ලකුණු 05)

ii. ෆස්ට් නැෂනල් බැංකුව විසින් ගිණුමකට 4.25% ක පොලී අනුපාතයක් ලබා දෙයි. සුසන් රු. 20,000.00 ක මූලික තැන්පතුවක් සිදු කරයි. බැංකුව මාසිකව වැල් පොලිය ගණනය කරයි නම්, වසර 20 ක් අවසානයේ සුසන් විසින් උපයන පොලී මුදල ගණනය කරන්න.

(ලකුණු 05)

b.

i. කුමාරි අලුත් පෙළපොතක් මිලදී ගැනීමට සැලසුම් කරයි. ඇය ඒ වෙනුවෙන් රු. 650 ක මුදලක් ඉතිරි කර ඇති අතර රු. 800 කට වඩා වියදම් කිරීමට සැලසුම් නොකරයි. ඇයට අවශ්‍ය පෙළපොතේ මිල රු. x වන අතර පෙළපොත් කවරය සඳහා ද අමතර රු. 50 ක් සහ රු. 25 ක බදු ගාස්තුවක් ද ගෙවීමට සිදුවේ. කුමාරිට දැරිය හැකි මුළු පිරිවැය නියෝජනය කරන අසමානතාවයක් ලියා, ඇයට මිලදී ගත හැකි පෙළපොතේ උපරිම මිල සොයන්න.

(ලකුණු 05)

ii. සරිනිගේ සහ හසිනිගේ වයස් වල එකතුව අවුරුදු 102 කි. සරිනිගේ සහ හසිනිගේ වයස් අතර වෙනස අවුරුදු 52 කි. සරිනි හසිනිට වඩා වැඩිමල්ය. සමගාමී සමීකරණ භාවිතා කරමින් එක් එක් කාන්තාවගේ වයස සොයන්න. (ලකුණු 05)

iii. දීර්ඝ බෙදීම භාවිතයෙන් සුළු කරන්න.

$$(5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 1) \div (x^2 + 4)$$

(ලකුණු 05)

03.

i. $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ලෙස දී ඇත්නම්,

a, b, c සහ d අනුසාරයෙන් M න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය සඳහා පොදු සූත්‍රයක් ලියන්න.

(ලකුණු 02)

ii. එමගින් $B = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය පවතීනම්, එය සොයන්න. (ලකුණු 03)

iii. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}B = -1\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ 11 & -12 \end{pmatrix}$ නම්, B න්‍යාසය සොයන්න. (ලකුණු 04)

iv. $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ -3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ නම්,

$\{kA + (1-k)B\}^2 = I$ ලෙස දී ඇත්නම් සහ k හි අගය බිංදුව නොවේනම්, k හි අගය සොයන්න.

(ලකුණු 08)

v. ක්‍රේමර් නියමය (Cramer's rule) භාවිතයෙන් පහත සමීකරණ පද්ධතිය විසඳන්න.

$$4x + 3y - 2z = 7$$
$$x + y = 5$$
$$3x + z = 4$$

(ලකුණු 08)

04.

a.

i. පහත දී ඇති සරල සමීකරණය විසඳන්න.

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x}{4} = \frac{5}{6}$$ (ලකුණු 03)

ii. රේඛාවක් $(-1,3)$ සහ $(2,7)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන්නේ නම්, එම රේඛාවේ සමීකරණය $y = mx + c$ ආකාරයෙන් දක්වා, රේඛාවේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න. (ලකුණු 04)

b. ශ්‍රිතයක සමීකරණය පහත ආකාරයෙන් ලබා දී ඇත.

$$y - (5x-3)^2 + 2(x^2-2)^2 = -31x^2 + 29x + 2 + 2(x^4 - 3x)$$

i. ඉහත ප්‍රකාශනය සම්පූර්ණයෙන්ම සුළු කර සාධනය කරන්න. අවසාන පිළිතුර පහත ආකාරයෙන් දක්වන්න:

$$y = (ax-b)(x-c);$$

a, b සහ c යනු නොදන්නා පද වේ. (ලකුණු 08)

ii. එමගින්, $y = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න. (ලකුණු 02)

iii. x අක්ෂය ඡේදනයවන ස්ථාන, y හි අන්තඃඛණ්ඩය සහ සමමිතික අක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක පැහැදිලිව දක්වමින් y හි ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න. (ලකුණු 08)

05.

i. සුසන්තා මල්ලක මල් කිහිපයක් තබා ඇත. මල් 5 ක් තැඹිලි පාටය. මල් 3 ක් දම් පාටය. ඉතිරි මල් සියල්ල රෝස පාටය. සුසන්තා අහඹු ලෙස මල්ලෙන් මලක් එළියට ගනී නම්. ඇය රෝස පාට මලක් ගැනීමේ සම්භාවිතාව 3/5 කි. සුසන්තා මලක් ගැනීමට ප්‍රථම මල්ල තුළ ඇති මුළු රෝස පාට මල් ගණන කොපමණද? (ලකුණු 05)

ii. සිසුන් 150 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක, සිසුන් 100 දෙනෙකු ගණිතය සඳහා ලියාපදිංචි වී ඇත (M මගින් දක්වනු ලැබේ). සිසුන් 60 දෙනෙකු සංඛ්‍යානය සඳහා ලියාපදිංචි වී ඇත (S මගින් දක්වනු ලැබේ) . සංඛ්‍යානය සඳහා ලියාපදිංචි වී ඇති සියලුම සිසුන් ගණිතය සඳහා ද ලියාපදිංචි වී ඇත. මෙම තොරතුරු වෙන් රූප සටහනකින් නිරූපණය කරන්න. (ලකුණු 05)

iii. විශ්වවිද්‍යාලයක සිංහල අධ්‍යයන අංශයේ සිසුන් 100 ක් සිටිති. ඔවුන්ගෙන් 60 දෙනෙකු ගැහැණු ළමුන් ද 40 ක් පිරිමි ළමුන් ද වෙති. සිසුන් අතරින් ගැහැණු ළමුන් 25 ක් සහ පිරිමි ළමුන් 15 ක් A සාමාර්ථ ද, ගැහැණු ළමුන් 20 ක් සහ පිරිමි ළමුන් 10 ක් B සාමාර්ථ ද, ගැහැණු ළමුන් 10 ක් සහ පිරිමි ළමුන් 5 ක් C සාමාර්ථ ද ලබා ගත්හ. පන්තියෙන් අහඹු ලෙස එක් සිසුවෙකු තෝරා ගන්නේ නම්,

a. තෝරගත් සිසුවා A සාමාර්ථක් සහිත ගැහැණු ළමයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

b. තෝරාගත් සිසුවා පිරිමි ළමයෙකු වීමට හෝ B සාමාර්ථයක් ලැබීමට ඇති සම්භාවිතාව සොයන්න.

c. තෝරගත් සිසුවා C සාමාර්ථයක් නොමැති ගැහැණු ළමයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

(ලකුණු 15)

06.

i. U(x) සහ V(x) යන ශ්‍රිත දෙකක ගුණිතයෙහි අවකලනය සඳහා සහ U(x) සහ V(x) යන ශ්‍රිත දෙකෙහි බෙදීමේ අවකලනය (U(x))/(V(x)) සඳහා පොදු සූත්‍ර ලියා දක්වන්න. මෙහිදී U(x) සහ V(x) යන ශ්‍රිත අවකලනය කළ හැකි ශ්‍රිත වේ. (ලකුණු 02)

ii. $y = \frac{2x^4}{(x+1)(x^2+2)}$ ශ්‍රිතය අවකලනය කරන්න. (ලකුණු 08)

iii. $y = ln\left(\frac{2x^4}{(x+1)(x^2+2)}\right)$ ශ්‍රිතය අවකලනය කරන්න. (ලකුණු 05)

iv. පහත සමීකරණය සලකා බලමු,

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

වක්‍රයේ හැරවුම් ලක්ෂ්‍යය සොයා එය උපරිමක් ද අවමයක් ද යන්න දක්වන්න. (ලකුණු 05)

v. ඉහත iv හී හැරවුම් ලක්ෂ්‍යවල පිහිටීම දක්වමින් වක්‍රයේ දළ සටහනක් ඇද දක්වන්න. (ලකුණු 05)

07.

i. පහත ශ්‍රිතය සාධනය කරන්න.

$$81a^2 - 121b^2c^2$$ (ලකුණු 05)

ii. පහත V න්‍යාසයේ නිශ්චායක අගය සොයන්න.

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 10 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$ (ලකුණු 05)

iii. බෑගයක රතු බෝල 3 ක් සහ කොළ පැහැති බෝල 2 ක් ඇත. අහඹු ලෙස බෝලයක් තෝරාගෙන, පසුව එම බෝලය නැවත මල්ලට නොදමා තවත් බෝලයක් තෝරා ගන්නා ලදී. මෙම තොරතුරු රුක් සටහනකින් දක්වන්න.

(ලකුණු 05)

iv. පහත ශ්‍රිතයේ පළමු හා දෙවන අවකලනය සොයන්න.

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x^7} + 3\sqrt[3]{x} + 3$$ (ලකුණු 05)

v. $\int (8x^3 - \frac{3}{2\sqrt{x}} + 5)\, dx$ ශ්‍රිතය අනුකලනය කරන්න. (ලකුණු 05)