කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය

ශාස්ත්‍ර පීඨය

ශාස්ත්‍රවේදී උපාධි පරීක්ෂණය (විශේෂ) - සිව්වන වසර

සෙමෙස්තර අවසාන පරීක්ෂණය - පළමු සෙමෙස්තරය 2021/2022

DMG 4162 – සංඛ්‍යානය

ප්‍රශ්න තුනකට (03) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කල හැකිය. **කාලය: පැය දෙකයි (02)**

මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය ප්‍රශ්න පහකින් (05) සහ පිටු දහයකින් (10) සමන්විත වේ.

ප්‍රශ්න අංක 01

අ.) නියැදීමේ වාසි දෙකක් විස්තර කරන්න. **[ලකුණු 20]**

ආ.) ඔබ ශ්‍රී ලංකාවේ මහනුවර දිස්ත්‍රික්කයේ ජ්‍යෙෂ්ඨ පුරවැසියන්ගේ ජීවන රටාව අධ්‍යයනය කිරීමට අදහස් කරන්නේ යැයි සිතමු. මෙම අධ්‍යයනයේදී ප්‍රාථමික සහ ද්විතියික දත්ත භාවිතා කිරීමේ වැදගත්කම විස්තර කරන්න.

[ලකුණු 20]

ඇ.) ඔබ ශ්‍රී ලංකාවේ මහනුවර දිස්ත්‍රික්කයේ ජ්‍යෙෂ්ඨ පුරවැසියන්ගේ ජීවන රටාව අධ්‍යයනය කිරීමට අදහස් කරන්නේ යැයි සිතමු.

[ලකුණු 20]

i. ඔබේ අධ්‍යයනයේදී භාවිත කළ හැකි සංඛ්‍යාත්මක විචල්‍යයන් (Numerical variables) තුනක් සහ වර්ගීකරණ විචල්‍යයන් (Categorical variables) දෙකක් ලියන්න.
ii. මෙම එක් එක් විචල්‍යයය විවික්ත ද (Discrete) හෝ සංතතික ද (Continuous) යන්න සඳහන් කරන්න.
iii. මෙම විචල්‍යයන්ගේ මිනුම් වල මට්ටම් සඳහන් කරන්න.

ඈ.) පහත තත්ත්වයන් ඉදිරිපත් කිරීමට වඩාත් සුදුසු ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය කුමක්ද? ඔබගේ තේරීමට හේතු දක්වන්න.

[ලකුණු 20]

i. රෝගියාගේ පුම්තිරිභාවය සහ බෝ නොවන රෝග වර්ගය.
ii. හෘදයාබාධයකින් මිය යන විට වයස.
iii. රෝගියාගේ පුම්තිරිභාවය සහ වයස.
iv. පසුගිය වසර දහය තුළ මාසික සංක්‍රමණික සංඛ්‍යාව.

ඉ.) පහත සඳහන් අවස්ථා වලදී භාවිතා කළ හැකි නියැදීම් ශිල්පීය ක්‍රම සඳහන් කරන්න.

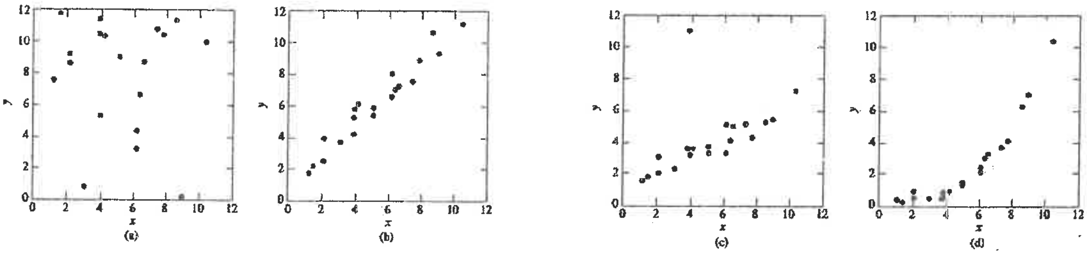
[ලකුණු 20]

i. කුණ්ඩසාලේ උතුර ග්‍රාම නිලධාරී වසමේ ගමකින් ජ්‍යෙෂ්ඨ පුරවැසියන් 30 දෙනෙකු තෝරා ගැනීමට.
ii. කුණ්ඩසාලේ උතුර ග්‍රාම නිලධාරී වසමේ ගම්මාන හයකින් ජ්‍යෙෂ්ඨ පුරවැසියන් 120 දෙනෙකු තෝරා ගැනීමට.
iii. කුණ්ඩසාලේ උතුර ග්‍රාම නිලධාරී වසමේ දියවැඩියා වෛද්‍ය සායනයකින් රෝගීන් 30 දෙනෙකු තෝරා ගැනීමට.

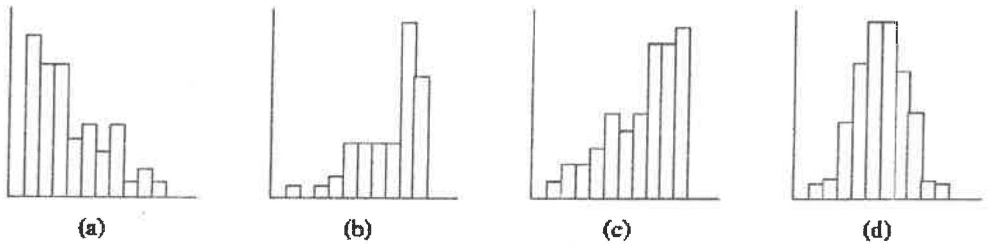
ප්‍රශ්න අංක 02

අ.) සංරචක තීරු ප්‍රස්ථාරය (Component bar chart) සහ බහු තීරු ප්‍රස්ථාර වල (Multiple bar chart) භාවිතය සංසන්දනය කරන්න. **[ලකුණු 20]**

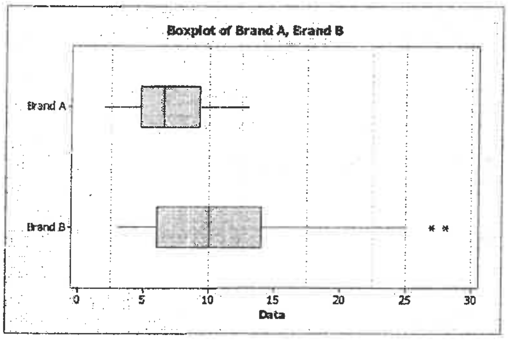
ආ.) පහත විසිරි තිත් සටහන් හතර විග්‍රහ කරන්න. **[ලකුණු 20]**



ඇ.) පහත දක්වා ඇති ජාල රේඛ සඳහා වඩාත් සුදුසු දල කොටු කෙදි සටහන් අඳින්න. **[ලකුණු 20]**



ඈ.) පහත දක්වා ඇති සමාන්තර කොටු කෙදි සටහන අර්ථ දක්වන්න. **[ලකුණු 20]**



ඉ.) පහත දක්වා ඇති SPSS මෘදුකාංග ප්‍රතිඵල විග්‍රහ කරන්න. **[ලකුණු 20]**

Summary Measure	Statistic
Mean	76.98
Median	82.06
Mode	88.23
Variance	1485.166
Std. Deviation	38.538
Minimum	15
Maximum	98
Range	83
Interquartile Range	56
Skewness	-2.670
Kurtosis	-1.025

ප්‍රශ්න අංක 03

අ.) 0.05 වෙසෙසියා මට්ටමේ (Level of significance) අප්‍රතික්ෂේපිය කල්පිතය (Null hypothesis) ප්‍රතික්ෂේප කිරීමට ඔබ තීරණය කර ඇත්නම්, 0.01 වෙසෙසියා මට්ටමේ සහ 0.001 වෙසෙසියා මට්ටමේ දී ඔබේ තීරණ මොනවාද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

[ලකුණු 20]

ආ.) පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශනයන් සඳහා සුදුසු අප්‍රතික්ෂේපිය කල්පිතය (Null hypothesis) සහ වෛකල්පිත කල්පිතය (Alternative hypothesis) සකස් කරන්න. භාවිතා කරන සියලුම සංකේතයන් නිර්වචනය කරන්න. [ලකුණු 40]

i. යම් ජනගහනයක පිරිමින්ගේ සාමාන්‍ය ආයු කාලය අවුරුදු 75ට අඩුය.
ii. යම් ජනගහනයක පිරිමින්ගේ සාමාන්‍ය ආයු කාලය එම ජනගහනයේ ගැහැණුන්ගේ සාමාන්‍ය ආයු කාලයට වඩා අඩුය.
iii. යම් ජනගහනයක පිරිමින්ගේ සාමාන්‍ය ආයු කාලය එම ජනගහනයේ ගැහැණුන්ගේ සාමාන්‍ය ආයු කාලයට සමාන වේ.
iv. යම් ජනගහනයක වැඩිහිටි පිරිමි දියවැඩියා රෝගීන්ගේ සමානුපාතය එම ජනගහනයේ වැඩිහිටි ගැහැණු දියවැඩියා රෝගීන්ගේ අනුපාතයට වඩා වැඩි ය.

ඇ.) මෘදුකාංග සංවර්ධන සමාගමක සේවකයින්ගේ IQ කුසලතා මනිනු ලැබීය. මෙම පරීක්ෂණය සඳහා කළමනාකරු, විධායක සහ කළමනාකරණ සහායක යන විවිධ රැකියා කාණ්ඩ තුනක සේවකයින් හතළිහක් සහභාගී විය. විචලතා විශ්ලේෂණය (ANOVA) භාවිතයෙන් ප්‍රතිඵල සංසන්දනය කරන ලදී. SPSS මෘදුකාංගයෙන් ලබා ගන්නා ලද අසම්පූර්ණ ANOVA වගුව සහ Post-hoc පරීක්ෂණයේ ප්‍රතිඵල පහත දක්වා ඇත. ANOVA වගුව සම්පූර්ණ කර දක්වා ඇති සියලු ප්‍රතිඵල විග්‍රහ කරන්න. [ලකුණු 40]

IQ Skills **ANOVA**

	Sum of Squares	d.f.	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	683				0.019
Within Groups					
Total	3534				

Post hoc පරීක්ෂණ ප්‍රතිඵල

Multiple Comparisons

Dependent Variable: IQ Skills
Tukey HSD

(I) Designation	(J) Designation	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
Managers	Executive	-7.85714	3.45383	.072	-16.2896	.5753
	Management Support	-9.21429*	3.31833	.023	-17.3159	-1.1126
Executive	Managers	7.85714	3.45383	.072	-.5753	16.2896
	Management Support	-1.35714	3.45383	.919	-9.7896	7.0753
Management Support	Managers	9.21429*	3.31833	.023	1.1126	17.3159
	Executive	1.35714	3.45383	.919	-7.0753	9.7896

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

ප්‍රශ්න අංක 04

අ.) එක්තරා ගම්මානයක වැඩිහිටියන් 40 දෙනෙකුගෙන් 28 දෙනෙකුට දියවැඩියා රෝගය ඇත. ගම්මානයේ සිටින දියවැඩියා රෝගීන්ගේ සැබෑ අනුපාතය සඳහා 95% ක විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරයක් (Confidence interval) ගොඩනගන්න.

[ලකුණු 20]

ආ.) එක්තරා ගම්මානයක වැඩිහිටියන් 36 දෙනෙකුගෙන් යුත් නියැදියක සාමාන්‍ය වයස අවුරුදු 75 කි. අතීත වාර්තා මත පදනම්ව ජනගහන සම්මත අපගමනය 9 බව දන්නා කරුණකි. එම ගම්මානයේ සැබෑ සාමාන්‍ය වයස සඳහා 95% විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරයක් (Confidence interval) ගොඩනගන්න.

[ලකුණු 20]

ඇ.) යම් ගමක පුද්ගලයෙකුගේ ආයු කාලය සාමාන්‍ය අවුරුදු 75 ක් සහ සම්මත අපගමනය අවුරුදු 16 ක් වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් ගනී. එම ජනගහනයෙන් ලබාගත් පුද්ගලයන් 64 දෙනෙකුගේ අහඹු නියැදියක සාමාන්‍ය ආයු කාලය අවුරුදු 78ක් බව පෙන්නුම් කරයි. 5% වෙසෙසියා මට්ටමේ දී (Level of significance), එම ජනගහනයේ පුද්ගලයෙකුගේ සාමාන්‍ය ආයු කාලය අවුරුදු 75 ට වඩා වෙනස් බවට සාක්ෂි තිබේ.

[ලකුණු 30]

ඈ.) ප්‍රජාවිද්‍යාඥයෙක් එක්තරා ගමක පවුලක සිටින දරුවන් සංඛ්‍යාව අධ්‍යයනය කලේය. එලෙස පවුලක සිටින දරුවන් සංඛ්‍යාව SPSS මෘදුකාංගය භාවිතා කර විශ්ලේෂණය කර ප්‍රතිඵල පහත දක්වා ඇත. එම ප්‍රතිඵල වල සියලු වැදගත් සොයා ගැනීම් විශ්ලේෂණය කරන්න. **[ලකුණු 30]**

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
No_of_Children	20	2.5615	1.74461	.39011

One-Sample Test

	Test Value = 2.0					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference Lower	95% Confidence Interval of the Difference Upper
No_of_Children	1.439	19	.166	.56150	-.2550	1.3780

ප්‍රශ්න අංක 05

අ.) පහත දක්වා ඇති සසම්භාවී විචල්‍යයන් සඳහා වඩාත් සුදුසු සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සඳහන් කරන්න. ඔබේ තීරණයට හේතු දක්වන්න. **[ලකුණු 20]**

සසම්භාවී විචල්‍යය 01: එක්තරා රෝහලක සායනයකට දිනකට වාර්තා වන දියවැඩියා රෝගීන් සංඛ්‍යාව

සසම්භාවී විචල්‍යය 02: අහඹු ලෙස තෝරාගත් රෝගීන් 30 දෙනෙකුගේ නියැදියක දියවැඩියා රෝගීන් සංඛ්‍යාව.

ආ.) විශ්වවිද්‍යාල වෛද්‍ය මධ්‍යස්ථානයේ විභාග කාලය තුළ උදරාබාධ වලට ප්‍රතිකාර සඳහා පැමිණෙන සිසුන් සංඛ්‍යාවේ සාමාන්‍යය දිනකට සිසුන් 2 කි. Poisson ව්‍යාප්තිය භාවිතයෙන් දිනකට හරියටම සිසුන් හතර දෙනෙකු පැමිණීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න. **[ලකුණු 20]**

ඇ.) යම් ගමක පුද්ගලයෙකුගේ ආයු කාලය සාමාන්‍ය අවුරුදු 74 ක් සහ සම්මත අපගමනය අවුරුදු 6 ක් වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් ගනී. එක පුද්ගලයෙක් අහඹු ලෙස ගන්නේ යැයි සිතමු. එම පුද්ගලයාගේ වයස අවුරුදු 66 සහ 78 අතර වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න. **[ලකුණු 30]**

ඈ.) ප්‍රජාවිද්‍යාඥයෙකුට යම් ගමක විවාහක සහ අවිවාහක කාන්තාවන්ගේ සාමාන්‍ය ජීවිත කාලය වෙනස් දැයි පරීක්ෂා කිරීමට තීරණය කිරීමට අවශ්‍ය වේ. විවාහක 30 දෙනෙකුගේ අහඹු නියැදියක් සහ අවිවාහක කාන්තාවන් 25 දෙනෙකුගේ තවත් අහඹු නියැදියක් තෝරා ගන්නා ලදී. SPSS මෘදුකාංග භාවිතයෙන් දත්ත විශ්ලේෂණය කර ඇති අතර එහි ප්‍රතිඵල පහත දැක්වේ. **[ලකුණු 30]**

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Lifetime	Equal variances assumed	8.527	.005	2.237	53	.000	13.540	.835	1.864	5.216
	Equal variances not assumed			2.099	41.38	.000	13.540	.864	1.796	5.284

i. මෙය ස්වාධීන නියැදි ගැටලුවක් වන්නේ ඇයි? හේතු ඉදිරිපත් කරන්න.
ii. ඔබගේ නිගමනය කුමක්ද (5% වෙසෙසියා මට්ටමේ දී)?

************ප්‍රශ්න පත්‍රය අවසානයි ************

Some Formulas (with the standard notations):

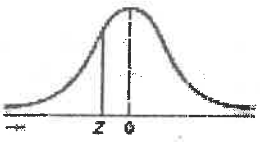
- $Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$
- $t = \frac{\bar{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$
- $Z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$
- $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$
- $Z = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
- $t = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$
- $v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$
- $t = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$
- $s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{(n_1+n_2-2)}$
- $Z = \frac{(\hat{p}_1-\hat{p}_2)-(p_1-p_2)}{\sqrt{\bar{p}\bar{q}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$
- $\bar{p} = \frac{x_1+x_2}{n_1+n_2}$
- $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$
- $SE(\hat{p}_1-\hat{p}_2) = \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$
- $\left((\hat{p}_1-\hat{p}_2) \pm Z\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}\right)$
- $t = \frac{\bar{X}_D-(\mu_D)}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$
- $\left((\bar{X}_1-\bar{X}_2) \pm Z\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$
- $\left(\bar{X}-Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}+Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$
- $\left(\bar{X}-t\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X}+t\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$
- $\left(-\infty, \bar{X}+Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$
- $\left(-\infty, \bar{X}+t\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$
- $\left(\bar{X}-Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \infty\right)$
- $\left(\bar{X}+t\frac{s}{\sqrt{n}}\right), \infty$
- $\left(-\infty, \bar{X}+t\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$
- $P[X = x] = {}^nC_x p^x (1-p)^{n-x}$ for x=0,1,2,3,…,n
- $P[X = x] = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$ for x=0,1,2,3,…

The standard normal distribution table

TABLE E.2

The Cumulative Standardized Normal Distribution

Entry represents area under the cumulative standardized normal distribution from $-\infty$ to Z



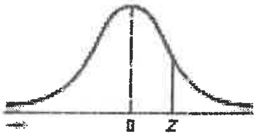
Z	Cumulative Probabilities									
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−6.0	0.000000001									
−5.5	0.000000019									
−5.0	0.000000287									
−4.5	0.000003398									
−4.0	0.000031671									
−3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
−3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
−3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
−3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
−3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
−3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
−3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
−3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
−3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
−3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00103	0.00100
−2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2388	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2482	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

The standard normal distribution table...

TABLE E.2

The Cumulative Standardized Normal Distribution (continued)

Entry represents area under the cumulative standardized normal distribution from −∞ to Z



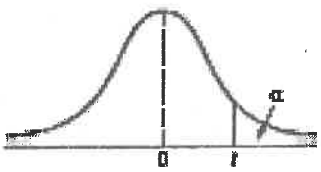
	Cumulative Probabilities									
Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.999968329									
4.5	0.999996602									
5.0	0.999999713									
5.5	0.999999981									
6.0	0.999999999									

t-distribution Table

TABLE E.3

Critical Values of t

For a particular number of degrees of freedom, entry represents the critical value of t corresponding to the cumulative probability (1 − α) and a specified upper-tail area (α).



	Cumulative Probabilities					
	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
	Upper-Tail Areas					
Degrees of Freedom	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8207	63.6574
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0322
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5177	2.8314
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
31	0.6825	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.7440
32	0.6822	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385
33	0.6820	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333
34	0.6818	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284
35	0.6816	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238
36	0.6814	1.3055	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195
37	0.6812	1.3049	1.6871	2.0262	2.4314	2.7154
38	0.6810	1.3042	1.6860	2.0244	2.4286	2.7116
39	0.6808	1.3036	1.6849	2.0227	2.4258	2.7079
40	0.6807	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
41	0.6805	1.3025	1.6829	2.0195	2.4208	2.7012
42	0.6804	1.3020	1.6820	2.0181	2.4185	2.6981
43	0.6802	1.3016	1.6811	2.0167	2.4163	2.6951
44	0.6801	1.3011	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923
45	0.6800	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896
46	0.6799	1.3002	1.6787	2.0129	2.4102	2.6870
47	0.6797	1.2998	1.6779	2.0117	2.4083	2.6846
48	0.6796	1.2994	1.6772	2.0106	2.4066	2.6822

t-distribution Table…

Degrees of Freedom	Cumulative Probabilities					
	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
	Upper-Tail Areas					
	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
49	0.6795	1.2991	1.6766	2.0096	2.4049	2.6800
50	0.6794	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
51	0.6793	1.2984	1.6753	2.0076	2.4017	2.6757
52	0.6792	1.2980	1.6747	2.0066	2.4002	2.6737
53	0.6791	1.2977	1.6741	2.0057	2.3988	2.6718
54	0.6791	1.2974	1.6736	2.0049	2.3974	2.6700
55	0.6790	1.2971	1.6730	2.0040	2.3961	2.6682
56	0.6789	1.2969	1.6725	2.0032	2.3948	2.6665
57	0.6788	1.2966	1.6720	2.0025	2.3936	2.6649
58	0.6787	1.2963	1.6716	2.0017	2.3924	2.6633
59	0.6787	1.2961	1.6711	2.0010	2.3912	2.6618
60	0.6786	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603
61	0.6785	1.2956	1.6702	1.9996	2.3890	2.6589
62	0.6785	1.2954	1.6698	1.9990	2.3880	2.6575
63	0.6784	1.2951	1.6694	1.9983	2.3870	2.6561
64	0.6783	1.2949	1.6690	1.9977	2.3860	2.6549
65	0.6783	1.2947	1.6686	1.9971	2.3851	2.6536
66	0.6782	1.2945	1.6683	1.9966	2.3842	2.6524
67	0.6782	1.2943	1.6679	1.9960	2.3833	2.6512
68	0.6781	1.2941	1.6676	1.9955	2.3824	2.6501
69	0.6781	1.2939	1.6672	1.9949	2.3816	2.6490
70	0.6780	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479
71	0.6780	1.2936	1.6666	1.9939	2.3800	2.6469
72	0.6779	1.2934	1.6663	1.9935	2.3793	2.6459
73	0.6779	1.2933	1.6660	1.9930	2.3785	2.6449
74	0.6778	1.2931	1.6657	1.9925	2.3778	2.6439
75	0.6778	1.2929	1.6654	1.9921	2.3771	2.6430
76	0.6777	1.2928	1.6652	1.9917	2.3764	2.6421
77	0.6777	1.2926	1.6649	1.9913	2.3758	2.6412
78	0.6776	1.2925	1.6646	1.9908	2.3751	2.6403
79	0.6776	1.2924	1.6644	1.9905	2.3745	2.6395
80	0.6776	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387
81	0.6775	1.2921	1.6639	1.9897	2.3733	2.6379
82	0.6775	1.2920	1.6636	1.9893	2.3727	2.6371
83	0.6775	1.2918	1.6634	1.9890	2.3721	2.6364
84	0.6774	1.2917	1.6632	1.9886	2.3716	2.6356
85	0.6774	1.2916	1.6630	1.9883	2.3710	2.6349
86	0.6774	1.2915	1.6628	1.9879	2.3705	2.6342
87	0.6773	1.2914	1.6626	1.9876	2.3700	2.6335
88	0.6773	1.2912	1.6624	1.9873	2.3695	2.6329
89	0.6773	1.2911	1.6622	1.9870	2.3690	2.6322
90	0.6772	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316
91	0.6772	1.2909	1.6618	1.9864	2.3680	2.6309
92	0.6772	1.2908	1.6616	1.9861	2.3676	2.6303
93	0.6771	1.2907	1.6614	1.9858	2.3671	2.6297
94	0.6771	1.2906	1.6612	1.9855	2.3667	2.6291
95	0.6771	1.2905	1.6611	1.9853	2.3662	2.6286
96	0.6771	1.2904	1.6609	1.9850	2.3658	2.6280
97	0.6770	1.2903	1.6607	1.9847	2.3654	2.6275
98	0.6770	1.2902	1.6606	1.9845	2.3650	2.6269
99	0.6770	1.2902	1.6604	1.9842	2.3646	2.6264
100	0.6770	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259
110	0.6767	1.2893	1.6588	1.9818	2.3607	2.6213
120	0.6765	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174
∞	0.6745	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758